510.76
TH550S

NGUYỄN PHÚ KHÁNH

Sách hay

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI ĐẠI HỌC

môn TOÁN

TẠI SAO HỌ ĐẠT ĐIỂM 10?

DVL.013441

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

510.76
TH550S

NGUYỄN PHÚ KHÁNH

SÁCH HAY

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI ĐẠI HỌC

MÔN TOÁN

ĐXL

(TẠI SAO HỌ ĐẠT ĐIỂM 10?)

- Giải bằng nhiều cách và bình luận đề thi giúp học sinh vượt qua những sai lầm trong lập luận toán học.
- Rèn luyện tư duy và chiến thuật giải toán qua các đề thi tuyển sinh đại học.
- Bí quyết ôn luyện thi đại học đạt điểm cao.

THƯ VIỆN TỈNH BÌNH THUẬN
ĐVL 13441 14

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Giám đốc NGUYỄN BÁ CƯỜNG

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập ĐINH VĂN VANG

Biên tập nội dung:
ĐINH THỊ THU HUYỀN

Kĩ thuật vi tính:
NHÀ SÁCH HỒNG ÂN

Trình bày bìa:
NHÀ SÁCH HỒNG ÂN

Đơn vị liên kết:
NHÀ SÁCH HỒNG ÂN

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI ĐẠI HỌC MÔN TOÁN

Mã số: 02.02.71/77.PT2013

In 2.000 cuốn, khổ 17 × 24cm tại Công ti TNHH SX-TM-DV Vạn An.
Đăng kí KHXB số: 977– 2013/CXB/71-57/ĐHSP ngày 30/7/2013.
QĐXB số: 950/QĐ-ĐHSP ngày 26/08/2013.
In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2014.

Lời nói đầu

Một vấn đề luôn có nhiều cách tiếp cận. Người thành công là người giải quyết được vấn đề ***một cách nhanh nhất và tốn ít sức nhất***. Đó là cách giải quyết vấn đề của người thông minh.

Người học giỏi toán là người có trong tay nhiều công cụ để giải toán. Khi gặp một bài toán, người giỏi toán sẽ tìm ra 5,7 công cụ để giải, mỗi công cụ có lợi thế riêng, nếu hướng này không được thì chuyển sang hướng khác cho đến khi tìm được lời giải đẹp. Người học không giỏi toán chỉ nắm trong tay 1 công cụ, thậm chí chẳng có một công cụ nào để giải toán; vì thế luôn cảm thấy bế tắc, không nghĩ ra được lời giải.

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI ĐẠI HỌC MÔN TOÁN - TẠI SAO HỌ ĐẠT ĐIỂM 10? Là cuốn sách cần thiết để thi đậu Đại học, lựa chọn phương pháp giải hay nhất, giải quyết vấn đề một cách nhanh nhất và tốn ít sức nhất; nhiều công cụ để giải toán nhất. Sách gồm 37 đề thi thử, được biên soạn đúng theo cấu trúc đề thi của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Các đề thi được phân loại, sắp xếp chọn lọc từ dễ đến khó; lời giải vừa chi tiết vừa gợi mở để các em từng bước vừa phân tích vừa tìm tòi ra cách giải chính xác và thú vị nhất. Lời bình và nhận xét của tác giả sau mỗi bài giải là kinh nghiệm quý báu cho các em. Làm nhiều đề thi để nâng cao năng lực tư duy, đó là một cách học toán hiệu quả nhất.

Để sử dụng cuốn sách hiệu quả và mang lại kết quả cao nhất, các em cần kiên trì tìm hiểu để nắm chắc lí thuyết, chăm chỉ rèn luyện kĩ năng làm bài thông qua các đề thi trình bày trong sách.

Mặc dù tác giả đã dành nhiều tâm huyết cho cuốn sách, song khó tránh khỏi những thiếu sót nhất định. Chúng tôi rất mong nhận được sự phản biện và góp ý quý báu của quý độc giả để những lần tái bản sau cuốn sách được hoàn thiện hơn.

Tác giả

Nguyễn Phú Khánh

ĐỀ THI THỬ SỐ 1

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{3-x}{x+2}$, có đồ thị là (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C);

b) Viết phương trình tiếp tuyến (d) của (C) biết (d) cách đều hai điểm $A(-1;-2)$ và $B(1;0)$.

Câu 2: Giải phương trình: $\cos x + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}\cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{\sqrt{3}}\cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

Câu 3: Giải bất phương trình: $\left(4x^2 - x - 7\right)\sqrt{x+2} > 10 + 4x - 8x^2$.

Câu 4: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$.

Câu 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD. Gọi H là giao điểm của CN và DM. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.CDNM và khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC theo a.

Câu 6: Chứng minh rằng với mọi số thực x ta luôn có: $\ln\left(1 + \sqrt{1 + e^{2x}}\right) < e^{-x} + x$.

II. PHẦN RIÊNG Thí sinh chỉ được chọn làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu 7a: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang cân ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D.

Câu 8a: Trong không gian Oxyz cho hình chóp S.OABC có đáy OABC là hình thang vuông tại O và $A(3;0;0)$, $AB = OA = \frac{1}{2}OC$, $S(0;3;4)$ và $y_C > 0$. Một mặt phẳng (α) đi qua O và vuông góc với SA cắt SB, SC tại M và N. Tính thể tích khối chóp SOMN.

Câu 9a: Tính môđun của số phức z, biết $z^3 + 12i = \bar{z}$ và z có phần thực dương.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu 7b: Cho điểm $A(1;1)$ trên mặt phẳng tọa độ, tìm tọa độ điểm B trên đường thẳng $y = 3$ và điểm C trên trục hoành sao cho ΔABC là tam giác đều.

Câu 8b: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d.

Câu 9b: Giải phương trình: $x.2^{1-x} + 2.\log_2(1+x) = x.\log_2(1+x) + \log_2(x+1)^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu 1:

a) Bạn đọc tự làm.

b) *Cách 1.* Phương trình tiếp tuyến (d) có dạng: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ (x_0 là hoành độ tiếp điểm của (d) và (C)).

Hay (d): $y = -\dfrac{5}{(x_0+2)^2}(x - x_0) + \dfrac{3 - x_0}{x_0 + 2} = -\dfrac{5}{(x_0+2)^2}x + \dfrac{(-x_0^2 + 6x_0 + 6)}{(x_0+2)^2}$

$$\Leftrightarrow 5x + (x_0+2)^2 y + x_0^2 - 6x_0 - 6 = 0$$

$$d(A,(d)) = d(B,(d)) \Leftrightarrow \frac{\left|-5 - 2(x_0+2)^2 + x_0^2 - 6x_0 - 6\right|}{\sqrt{25 + (x_0+2)^4}} = \frac{\left|5 + x_0^2 - 6x_0 - 6\right|}{\sqrt{25 + (x_0+2)^4}}$$

$$\Leftrightarrow \left|x_0^2 + 14x_0 + 19\right| = \left|x_0^2 - 6x_0 - 1\right| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0^2 + 14x_0 + 19 = x_0^2 - 6x_0 - 1 \\ x_0^2 + 14x_0 + 19 = -x_0^2 + 6x_0 + 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x_0 = -1.$$

Vậy, phương trình (d): $y = -5x - 1$.

Cách 2. Tiếp tuyến (d) cách đều hai điểm A, B suy ra hoặc (d) song song với đường thẳng AB hoặc (d) đi qua trung điểm I(0; – 1) của đoạn AB.

** Trường hợp 1:* (d) //AB.

Hệ số góc của đường thẳng AB: $k_{AB} = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = 1$.

(d) // AB suy ra hệ số góc của (d): $f'(x_0) = 1 \Rightarrow -\dfrac{5}{(x_0+2)^2} = 1$ (*).

Phương trình (*) vô nghiệm do đó trường hợp này không xảy ra.

** Trường hợp 2:* (d) qua trung điểm I của đoạn AB.

Phương trình (d) có dạng y = kx – 1.

(d) tiếp xúc (C) tại điểm có hoành độ $x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3 - x_0}{x_0 + 2} = kx_0 - 1 \ (2) \\ -\dfrac{5}{(x_0+2)^2} = k \ (3) \end{cases}$ có nghiệm x_0.

Thay $k=-\frac{5}{(x_0+2)^2}$ vào (2) ta được $\frac{3-x_0}{x_0+2}=-\frac{5}{(x_0+2)^2}-1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x_0\neq -2\\(3-x_0)(x_0+2)=-5-(x_0+2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0\neq -2\\x_0=-1\end{cases}\Leftrightarrow x_0=-1$

Thay $x_0=-1$ vào (2) ta được $k=-5$.

Vậy, phương trình (d): $y=-5x-1$.

Câu 2:

Đặt $x+\frac{\pi}{6}=t$, phương trình đã cho trở thành:

$$\cos\left(t-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(t+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\cos^2 t+\frac{1}{\sqrt{3}}\sin^2 t\Leftrightarrow 2\cos t.\cos\frac{\pi}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}}\cos^2 t$$

$\Leftrightarrow 2.\cos^2 t-3.\cos t+1=0\Leftrightarrow\cos t=\frac{1}{2}$ hoặc $\cos t=1$.

- Với $\cos t=1\Leftrightarrow t=k2\pi\Rightarrow x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$
- Với $\cos t=\frac{1}{2}\Leftrightarrow t=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$ hoặc $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$.

Câu 3:

Cách 1: Điều kiện: $x\geqslant -2$.

Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình

$(4x^2-x-7)\sqrt{x+2}+2(4x^2-x-7)>2[(x+2)-4]$

$\Leftrightarrow(4x^2-x-7)(\sqrt{x+2}+2)>2(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)$

$\Leftrightarrow 4x^2-x-7>2\sqrt{x+2}-4\Leftrightarrow 4x^2>x+2+2\sqrt{x+2}+1$

$\Leftrightarrow(2x)^2>(\sqrt{x+2}+1)^2\Leftrightarrow(\sqrt{x+2}+1-2x)(\sqrt{x+2}+1+2x)<0$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x+2}>2x-1 & (1)\\\sqrt{x+2}<-2x-1 & (2)\end{cases}$ (I) hoặc $\begin{cases}\sqrt{x+2}<2x-1 & (3)\\\sqrt{x+2}>-2x-1 & (4)\end{cases}$ (II)

- Giải hệ (I): Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases}x\geqslant -2\\2x-1<-2x-1\end{cases}\Leftrightarrow -2\leqslant x<0.$

Khi đó hệ (I) tương đương với $\begin{cases}-2\leqslant x<0\\\sqrt{x+2}<-2x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\leqslant x<-\frac{1}{2}\\x+2<(-2x-1)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow x\in[-2;-1)$

• Giải hệ (II): Từ (3) và (4) suy ra $\begin{cases} x \geqslant -2 \\ -2x-1 < 2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0.$

Khi đó hệ (I) tương đương với $\begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x+2} < 2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{1}{2} \\ x+2 < (2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x > \dfrac{5+\sqrt{41}}{8}$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là $T = [-2;-1) \cup \left(\dfrac{5+\sqrt{41}}{8}; +\infty\right)$.

Cách 2: Đặt $t = \sqrt{x+2}\ (t \geqslant 0) \Rightarrow x = t^2 - 2$

Thay vào phương trình ta được:

$$\left[4\left(t^2-2\right)^2 - \left(t^2-2\right) - 7\right]t > 10 + 4\left(t^2-2\right) - 8\left(t^2-2\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left[4\left(t^4-4t^2+4\right) - t^2 + 2 - 7\right]t > 10 + 4t^2 - 8 - 8\left(t^4-4t^2+4\right)$$

$$\Leftrightarrow 4t^5 - 17t^3 + 11t > -8t^4 + 36t^2 - 30$$

$$\Leftrightarrow 4t^5 + 8t^4 - 17t^3 - 36t^2 + 11t + 30 > 0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(t+2)(2t+3)\left(2t^2-t-5\right) > 0$$

$$\Leftrightarrow t \in \left(-2; -\frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{1-\sqrt{41}}{4}; 1\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$$

Do $t \geqslant 0$ nên $t \in [0;1) \cup \left(\dfrac{1+\sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$, khi đó ta có:

$0 \leqslant \sqrt{x+2} < 1$ hoặc $\sqrt{x+2} > \dfrac{1+\sqrt{41}}{4} \Leftrightarrow -2 \leqslant x < -1$ hoặc $x > \dfrac{5+\sqrt{41}}{8}$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là: $T = [-2;-1) \cup \left(\dfrac{5+\sqrt{41}}{8}; +\infty\right)$.

Câu 4:

Cách 1: $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0;2]$ hoặc $x = 3 \notin [0;2]$

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_0^2 \left|x^2-4x+3\right| dx = \int_0^1 \left|x^2-4x+3\right| dx + \int_1^2 \left|x^2-4x+3\right| dx$$

$$= \int_0^1 \left(x^2-4x+3\right) dx - \int_1^2 \left(x^2-4x+3\right) dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x\right)\Bigg|_0^1 - \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x\right)\Bigg|_1^2 = \frac{4}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) = 2 \text{ (đvdt)}.$$

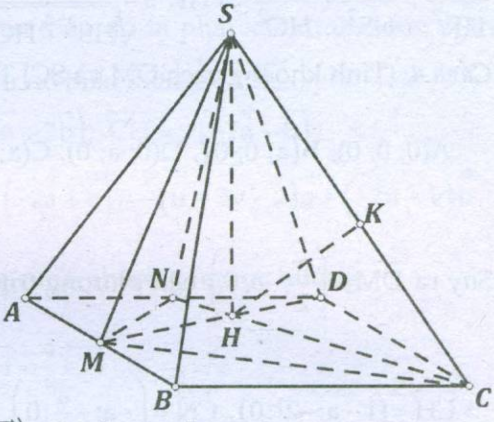
Cách 2:

$$S=\int_0^2\left|x^2-4x+3\right|dx=\int_0^1\left|x^2-4x+3\right|dx+\int_1^2\left|x^2-4x+3\right|dx$$

$$=\left|\int_0^1\left(x^2-4x+3\right)dx\right|+\left|\int_1^2\left(x^2-4x+3\right)dx\right|$$

$$=\left|\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x\right)\Bigg|_0^1\right|+\left|\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x\right)\Bigg|_1^2\right|=\left|\frac{4}{3}\right|+\left|-\frac{2}{3}\right|=2\text{ (đvdt)}.$$

Câu 5:



Cách 1: Ta có: $V_{S.CDNM}=\frac{1}{3}SH.S_{MNDC}$

Mà $S_{MNDC}=S_{ABCD}-S_{\Delta AMN}-S_{\Delta MBC}$

$=AB^2-\frac{1}{2}\left(AM.AN+BC.BM\right)$

$=a^2-\frac{a^2}{8}-\frac{a^2}{4}=\frac{5a^2}{8}.$

Nên $V_{S.CDNM}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{5a^2}{8}=\frac{5\sqrt{3}a^3}{24}$ (đvtt).

Lại thấy: $\overrightarrow{DM}.\overrightarrow{CN}=\frac{1}{2}\left(2\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DC}\right).\frac{1}{2}\left(2\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DA}\right)=DA^2-DC^2=0$.

Vậy $CN\perp DM$ từ đó $SC\perp DM$ bởi vậy:

$$d\left(SC;DM\right)=d\left(H;SC\right)=\frac{2S_{\Delta HSC}}{SC}=\frac{SH.CH}{SC}=\frac{SH.CH}{\sqrt{SH^2+CH^2}}.$$

Lại có: $CH=\frac{2S_{\Delta CMD}}{DM}=\frac{2\left(S_{ABCD}-S_{\Delta AMD}-S_{\Delta CMB}\right)}{DM}=\frac{2a}{\sqrt{5}}$

Từ đó suy ra: $d\left(SC;DM\right)=2a\frac{\sqrt{57}}{19}$.

Cách 2: (Tính khoảng cách DM và SC) Trong mặt phẳng (SHC) hạ $KH\perp SC$, khi đó:

$\Delta ADM=\Delta DCN\Rightarrow\widehat{ADM}=\widehat{DCN}\Rightarrow DM\perp CN\Rightarrow DM\perp(SHC)$

$\Rightarrow DM\perp HK\Rightarrow HK$ là đoạn vuông góc chung của DM và SC.

Trong ΔDCN, ta có: $CD^2=CH.CN\Rightarrow CH=\frac{CD^2}{CN}=\frac{CD^2}{\sqrt{CD^2+DN^2}}=\frac{2a}{\sqrt{5}}$

Trong ΔSHC, ta có: $\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{HS^2}+\frac{1}{HC^2}\Rightarrow HK=\frac{HS.HC}{\sqrt{HS^2+HC^2}}=\frac{2a\sqrt{57}}{19}$

Cách 3: (Tính khoảng cách DM và SC) $\Delta ADM = \Delta DCN \Rightarrow \widehat{AMD} + \widehat{ADM} = 90^0$ hay $\widehat{DNC} + \widehat{ADM} = 90^0 \Rightarrow \widehat{NHD} = 90^0$, mà $DN = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2}$ và $DM = \sqrt{AM^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

ΔHDN và ΔADM đồng dạng $\Rightarrow \frac{HN}{AM} = \frac{DN}{DM} \Rightarrow HN = \frac{a\sqrt{5}}{10}$.

Mà $NC = DM \Rightarrow HC = CN - HN = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a\sqrt{5}}{10} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Trong ΔSHC dựng $HK \perp SC$, ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HC^2} \Rightarrow HK = \frac{HS.HC}{\sqrt{HS^2 + HC^2}} = \frac{2a\sqrt{57}}{19}.$$

Cách 4: (Tính khoảng cách DM và SC) Tọa độ các đỉnh:

$$A(0;\,0;\,0),\ B(a;\,0;\,0),\ D(0;\,a;\,0),\ C(a;\,a;\,0),\ M\left(\frac{a}{2};\,0;\,0\right),\ N\left(0;\,\frac{a}{2};\,0\right)$$

Suy ra $\overrightarrow{DM} = \left(\frac{a}{2};-a;0\right)$ nên phương trình $DM: \begin{cases} x = t \\ y = a - 2t \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow H(t;a-2t;0)$

$\Rightarrow \overrightarrow{CH} = (t-a;-2t;0)$, $\overrightarrow{CN} = \left(-a;-\frac{a}{2};0\right)$

Vì $H \in CN \Rightarrow \frac{t-a}{-a} = \frac{-2t}{\frac{-a}{2}} \Leftrightarrow -t + a = 4t \Rightarrow t = \frac{a}{5} \Rightarrow H\left(\frac{a}{5};\frac{3a}{5};0\right) \Rightarrow S\left(\frac{a}{5};\frac{3a}{5};a\sqrt{3}\right)$

Và $S_{CDNM} = S_{ABCD} - S_{\Delta AMN} - S_{\Delta BCM} = a^2 - \frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{8}$

Nên thể tích khối chóp S.CDNM: $V = \frac{1}{3}SH.S_{CDNM} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{5a^2}{8} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{24}$ (đvtt).

Ta có: $\overrightarrow{SC} = \left(\frac{4a}{5};\frac{2a}{5};-a\sqrt{3}\right), \overrightarrow{DC} = (a;0;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{DM},\overrightarrow{SC}\right] = \left(a^2\sqrt{3};\frac{a^2\sqrt{3}}{2};a^2\right)$

Suy ra $\left[\overrightarrow{DM},\overrightarrow{SC}\right].\overrightarrow{DC} = a^3\sqrt{3}$.

Vậy $d(SC,DM) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{DM},\overrightarrow{SC}\right].\overrightarrow{DC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{DM},\overrightarrow{SC}\right]\right|} = \frac{a^3\sqrt{3}}{\frac{a^2\sqrt{19}}{2}} = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$.